

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – II EXAMINATION – WINTER - 2018

Subject Code: 3320003

Date: 04-01-2019

Subject Name: ADVANCED MATHEMATICS(GROUP-2)

Time: 10:30 AM TO 01:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.
5. Use of only simple calculator is permitted in Mathematics.
6. English version is authentic.

Q.1

Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.

14

- (યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો.)
- 1 If A (7,-5) and B (3,-2) then AB = _____
(જો A (7,-5) અને B (3,-2) હોય તો AB = _____)
(a) -5 (b) 5 (c) 1 (d) 7
 - 2 If P is the mid point of a line segment AB for the points A (-2,-1) and B (4,3) then P = _____
(જો P એ રેખાખંડ AB નું મધ્યબિંદુ હોય તથા બિંદુ A (-2,-1) અને B (4,3) હોય તો P = _____ થાય.)
(a) (1,1) (b) (2,1) (c) (1,2) (d) (0,0)
 - 3 Slope of the line passing through the points (8,5) and (1,-2) is _____
(બિંદુઓ (8,5) અને (1,-2) માંથી પસાર થતી રેખા નો ઢાળ _____ થાય.)
(a) -7 (b) 7 (c) 1 (d) -1
 - 4 Centre of the circle $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ is _____
(વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ નું કેન્દ્ર _____ થાય.)
(a) (1,2) (b) (1,-2) (c) (-1,-2) (d) (-1,2)
 - 5 If $f(x) = x^3 - 3$ then $f(2) =$ _____
(જો $f(x) = x^3 - 3$ હોય તો $f(2) =$ _____)
(a) -11 (b) 5 (c) 0 (d) -3
 - 6 If $f(x) = \log x$ then $f(x) - f(y) =$ _____
(જો $f(x) = \log x$ હોય તો $f(x) - f(y) =$ _____)
(a) $f(x + y)$ (b) $f(x - y)$ (c) $f(x \cdot y)$ (d) $f\left(\frac{x}{y}\right)$
 - 7 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} =$ _____
(a) -12 (b) 0 (c) 8 (d) 12
 - 8 $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} =$ _____
(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) ∞
 - 9 $\frac{d}{dx} (\tan x) =$ _____
(a) $\sec^2 x$ (b) $-\sec^2 x$ (c) $\sec x \cdot \tan x$ (d) $-\sec x \cdot \tan x$
 - 10 $\frac{d}{dx} (\tan^2 x - \sec^2 x) =$ _____
(a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) none of these
 - 11 $\int x^7 dx =$ _____ + c
(a) $\frac{x^8}{8}$ (b) $\frac{x^6}{6}$ (c) $7x^6$ (d) $7 \log x$

12 $\int_{-1}^1 x^3 dx =$ _____
 (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) $\frac{1}{4}$

13 The median value of first five prime numbers is = _____
 (પ્રથમ પાંચ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ નો મધ્યસ્થ = _____)
 (a) 5.6 (b) 7 (c) 0 (d) 5

14 The mode value of first seven odd numbers is = _____
 (પ્રથમ સાત અચુગ્મ સંખ્યાઓ નો બહુલક = _____)
 (a) 0 (b) 5 (c) 7 (d) 6

Q.2 (a) Attempt any two. (કોઈપણ બે ગણો.)

- If A(7,-1), B(9,3) and C(1,-1) then prove that P(4,3) is circum centre of ΔABC
 (ΔABC ના શિરોબિંદુઓ A(7,-1), B(9,3) અને C(1,-1) માટે સાબિત કરો કે P(4,3) પરિકેન્દ્ર છે.)
- For what value of k the lines $7x + y = 1$ and $3x - ky = -2$ are perpendicular to each other.
 (K ની કઈ કિંમત માટે રેખાઓ $7x + y = 1$ અને $3x - ky = -2$ પરસ્પર લંબ થશે?)

3. Find the value (કિંમત શોધો): $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{2a-x} - \sqrt{x}}{a-x}$

(b) Attempt any two. (કોઈપણ બે ગણો.)

- Find the equation of a circle passing through the points (4,0), (0,4) and (0,0).
 (બિંદુઓ (4,0), (0,4) અને (0,0) માંથી પસાર થતા વર્તુળ નું સમીકરણ મેળવો.)
- Find the equation of perpendicular bisector of the line segment joining the points A(4,5) and B(-2,0).
 (બિંદુઓ A(4,5) અને B(-2,0) ને જોડતા રેખાખંડના લંબદ્વિવભાજક નું સમીકરણ શોધો.)
- If $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$ then prove that $f(x) + f(-x) = f(x^2)$.
 (જો $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$ હોય તો સાબિત કરો કે $f(x) + f(-x) = f(x^2)$.)

Q.3 (a) Attempt any two. (કોઈપણ બે ગણો.)

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3}$

2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + 5x^2 + 4x + 1}{3x^3 + 5x^2 + x - 1}$

3. (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\tan 5x}$ (ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{4x}$

(b) Attempt any two. (કોઈપણ બે ગણો.)

- Calculate the standard deviation using the following data :
 (નીચે આપેલી માહિતી માટે પ્રમાણિત વિચલન શોધો)
 10, 15, 17, 19, 19, 21, 23, 25, 26, 30
- Find the mode of frequency distribution of marks of 100 students for biology subject for the given data below:
 (જીવવિજ્ઞાન વિષયમાં 100 વિદ્યાર્થીઓના ગુણના નીચે મુજબના આવૃત્તિ વિતરણ માટે બહુલક શોધો)

Marks obtained	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
No of students	20	15	27	13	15	10

- Find the mean and median for the following data:
 (નીચે આપેલી માહિતી માટે મધ્યક અને મધ્યસ્થ શોધો)

x_i	92	93	97	98	102	104
f_i	3	2	2	3	6	4

Q.4 (a) Attempt any two. (કોઈપણ બે ગણો.) **06**

1. If $x = \frac{1}{2}\left(t - \frac{1}{t}\right), y = \frac{1}{2}\left(t + \frac{1}{t}\right)$ then find $\frac{dy}{dx}$.

(જો $x = \frac{1}{2}\left(t - \frac{1}{t}\right), y = \frac{1}{2}\left(t + \frac{1}{t}\right)$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.)

2. Find velocity (v) and acceleration (a) at $t = 2$ for the equation of motion $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 6$.

(ગતિસૂત્ર $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 6$ હોય તો વેગ (v) અને પ્રવેગ (a), $t = 2$ આગળ શોધો.)

3. If $y = A\cos pt + B\sin pt$ then prove that $y'' + p^2y = 0$.

(જો $y = A\cos pt + B\sin pt$ હોય તો સાબિત કરો કે $y'' + p^2y = 0$.)

(b) Attempt any two. (કોઈપણ બે ગણો.) **08**

1. Differentiate $y = \sin x$ using the definition.

($y = \sin x$ નું વ્યાખ્યાની મદદથી વિકલન શોધો.)

2. If $y = x^{\sin x}$ then find y' .

(જો $y = x^{\sin x}$ હોય તો y' શોધો.)

3. Find the maximum and minimum value of $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x + 7$.

($f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x + 7$ માટે મહત્તમ અને ન્યૂનતમ કિંમત શોધો.)

Q.5 (a) Attempt any two. (કોઈપણ બે ગણો.) **06**

1. $\int \frac{2x + 3}{(x - 1)(x - 2)} dx$

2. $\int \frac{x^3 - 8}{x - 2} dx$

3. $\int \sin 5x \cdot \sin 3x dx$

(b) Attempt any two. (કોઈપણ બે ગણો.) **08**

1. $\int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$

2. $\int e^{x^2} dx$

3. Find the area bounded by the curve $y = x^2$ and $y = x + 2$.

(વક્રો $y = x^2$ અને $y = x + 2$ વચ્ચે ઘેરાયેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો.)