

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER- 2(new) EXAMINATION – Winter- 2019

Subject Code: 3320002

Date: 24-12-2019

Subject Name: ADVANCED MATHEMATICS (GROUP-1)

Time: 02:30 PM TO 05:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.
5. Use of only simple calculator is permitted in Mathematics.
6. English version is authentic.

Q.1

Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.

14

- 1 If $Z = \sqrt{3} - i$ then $\bar{Z} =$ _____.
- a. $-\sqrt{3} - i$ b. $\sqrt{3} + i$ c. $-\sqrt{3} + i$ d. $\frac{1}{\sqrt{3}-i}$
- ૧ જો $Z = \sqrt{3} - i$ તો $\bar{Z} =$ _____.
- અ. $-\sqrt{3} - i$ બ. $\sqrt{3} + i$ ક. $-\sqrt{3} + i$ ડ. $\frac{1}{\sqrt{3}-i}$
- 2 Inverse of the complex number $i =$ _____.
- a. i b. $-i$ c. 1 d. -1
- ૨ સંકર સંખ્યા i માટે વ્યસ્ત સંકર સંખ્યા _____ થશે.
- અ. i બ. $-i$ ક. 1 ડ. -1
- 3 If $Z^2 = -i$ then $Z =$ _____.
- a. $\frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i)$ b. $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i)$ c. $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - i)$ d. $\frac{1}{\sqrt{2}}(1 - i)$
- ૩ જો $Z^2 = -i$ હોય તો $Z =$ _____.
- અ. $\frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i)$ બ. $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i)$ ક. $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - i)$ ડ. $\frac{1}{\sqrt{2}}(1 - i)$
- 4 If $Z = \cos \theta + i \sin \theta$ then $Z^3 + \frac{1}{Z^3} =$ _____.
- a. $2 \cos 3\theta$ b. $2 \sin 3\theta$ c. $2i \cos 3\theta$ d. $2i \sin 3\theta$
- ૪ જો $Z = \cos \theta + i \sin \theta$ હોય તો $Z^3 + \frac{1}{Z^3} =$ _____.
- અ. $2 \cos 3\theta$ બ. $2 \sin 3\theta$ ક. $2i \cos 3\theta$ ડ. $2i \sin 3\theta$
- 5 If $f(x) = \log(\tan x)$ then $f\left(\frac{\pi}{4}\right) =$ _____.
- a. 1 b. e c. 0 d. π
- ૫ જો $f(x) = \log(\tan x)$ હોય તો $f\left(\frac{\pi}{4}\right) =$ _____.
- અ. 1 બ. e ક. 0 ડ. π
- 6 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - 1}{x} \right) =$ _____.
- a. 0 b. e c. 1 d. -1
- ૬ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - 1}{x} \right) =$ _____.
- અ. 0 બ. e ક. 1 ડ. -1

- 7 $\frac{d}{dx}(\cos^2 x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
a. $2 \cos x$ b. $\sin 2x$ c. $-\sin 2x$ d. $\cos 2x$
- ૭ $\frac{d}{dx}(\cos^2 x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
અ. $2 \cos x$ બ. $\sin 2x$ ક. $-\sin 2x$ ડ. $\cos 2x$
- 8 $\frac{d}{dx}(u \cdot v) = \underline{\hspace{2cm}}$.
a. $\frac{du}{dx} \times \frac{dv}{dx}$ b. $\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$ c. $u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$ d. $u \frac{dv}{dx} - v \frac{du}{dx}$
- ૮ $\frac{d}{dx}(u \cdot v) = \underline{\hspace{2cm}}$.
અ. $\frac{du}{dx} \times \frac{dv}{dx}$ બ. $\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$ ક. $u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$ ડ. $u \frac{dv}{dx} - v \frac{du}{dx}$
- 9 If $y = \log \sin x$ then $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$.
a. $\tan x$ b. $\cot x$ c. $-\tan x$ D. $-\cot x$
- ૯ જો $y = \log \sin x$ હોય તો $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$.
અ. $\tan x$ બ. $\cot x$ ક. $-\tan x$ ડ. $-\cot x$
- 10 If $f(x) = e^{3x}$ then $f'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.
a. $3e$ b. 3 c. 1 d. 0
- ૧૦ જો $f(x) = e^{3x}$ હોય તો $f'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.
અ. $3e$ બ. 3 ક. 1 ડ. 0
- 11 $\int \frac{1}{x} dx = \underline{\hspace{2cm}} + c$.
a. x^{-1} B. x^{-2} c. $-x^{-2}$ D. $\log|x|$
- ૧૧ $\int \frac{1}{x} dx = \underline{\hspace{2cm}} + c$.
અ. x^{-1} બ. x^{-2} ક. $-x^{-2}$ ડ. $\log|x|$
- 12 $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \underline{\hspace{2cm}} + c$.
A. $\pi/2$ b. $\pi/3$ c. $\pi/6$ d. $\pi/4$
- ૧૨ $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \underline{\hspace{2cm}} + c$.
અ. $\pi/2$ બ. $\pi/3$ ક. $\pi/6$ ડ. $\pi/4$
- 13 For the differential equation $\frac{dy}{dx} + Py = Q$, Integrating Factor = _____.
a. $e^{\int P dx}$ b. $e^{-\int P dx}$ c. $e^{\int Q dx}$ d. none of these.
- ૧૩ વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ માટે, સંકલ્પકારક અવયવ = _____.
અ. $e^{\int P dx}$ બ. $e^{-\int P dx}$ ક. $e^{\int Q dx}$ ડ. એકપણ નહીં
- 14 The order and degree of the equation $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^4 + \left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)^2 + y = 0$ are _____.
a. 4 and 2 b. 2 and 4 c. 3 and 4 d. 4 and 3
- ૧૪ વિકલ સમીકરણ $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^4 + \left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)^2 + y = 0$ માટે કક્ષા અને પરિમાણ _____.
અ. 4 અને 2 બ. 2 અને 4 ક. 3 અને 4 ડ. 4 અને 3

Q.2 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.
1. Find $x, y \in R$ from the equation

$$(2x - y) + 2yi = 6 + 4i$$

૧.

સમીકરણ $(2x - y) + 2yi = 6 + 4i$ માંથી $x, y \in \mathbb{R}$ શોધો.

૨.

Express the complex number $\frac{1 + 7i}{(2 - i)^2}$ in the form of $x + iy, x, y \in \mathbb{R}$.

૨.

સંકર સંખ્યા $\frac{1 + 7i}{(2 - i)^2}$ $x + iy$ ના સ્વરૂપ માં દર્શાવો $x, y \in \mathbb{R}$

૩.

Express the following complex number in polar form also find modulus and principal argument $-1 + \sqrt{3}i$

૩.

સંકર સંખ્યા $-1 + \sqrt{3}i$ ધ્રુવીય સ્વરૂપ માં દર્શાવો તેમજ માનાંક તથા મુખ્ય કોણાંક શોધો.

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

૧.

If $f(x) = \frac{1 - x}{1 + x}$ then prove that

$$(i) f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \quad (ii) f(x) \cdot f(-x) = 2f(x)$$

૧.

જો $f(x) = \frac{1 - x}{1 + x}$ હોય તો સાબિત કરો કે

$$(i) f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \quad (ii) f(x) \cdot f(-x) = 2f(x)$$

૨.

$$\text{Evaluate : } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{2x^2 - 5x + 3}$$

૨.

$$\text{કલિમત શોધો : } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{2x^2 - 5x + 3}$$

૩.

$$\text{Evaluate : } \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{3x}{2}\right)^{\frac{4}{x}}$$

૩.

$$\text{કલિમત શોધો : } \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{3x}{2}\right)^{\frac{4}{x}}$$

Q.3

(a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

૧.

Find derivative of $f(x) = 2x \sin x - x^3 \cos x$

૧.

$f(x) = 2x \sin x - x^3 \cos x$ નું વિકલિત શોધો.

૨.

if $y = \log(e^{\sin x})$ then prove that $\frac{dy}{dx} - \cos x = 0$

૨.

જો $y = \log(e^{\sin x})$ તો સાબિત કરો કે $\frac{dy}{dx} - \cos x = 0$

૩.

Find $\frac{dy}{dx}$ from the equation $x \sin y + y \sin x = 0$

સમીકરણ $x \sin y + y \sin x = 0$ માંથી $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

08

06

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

1. If $y = e^{m \tan^{-1} x}$, then prove that. $(1 + x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + (2x - m) \frac{dy}{dx} = 0$

૧.

જો $y = e^{m \tan^{-1} x}$, હોય તો સાબિત કરો કે $(1 + x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + (2x - m) \frac{dy}{dx} = 0$

2. The equation of motion of a particle is $s = t^3 + 3t$. Find the acceleration and distance travelled by the particle when the velocity is 9 cm/sec.

૨. એકકણ માટે ગતિ નું સમીકરણ $s = t^3 + 3t$ છે. જ્યારે વેગ 9 cm/sec. ત્યારે પ્રવેગ શોધો અને એ સમયે કણ દ્વારા કાપેલું અંતર પણ શોધો

3. Find Maximum and minimum values of the function $Y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$.

૩. વિધેય, $Y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ માટે મહત્તમ તથા ન્યૂનતમ કીંમતો મેળવો.

Q.4 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

1. Evaluate: $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx$

૧. કીંમત શોધો : $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx$

2. Evaluate: $\int \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$

૨. કીંમત શોધો : $\int \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$

3. Evaluate $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx$

૩. કીંમત શોધો : $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx$

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

1. Evaluate: $\int_0^1 x \tan^{-1} x dx$

૧. કીંમત શોધો : $\int_0^1 x \tan^{-1} x dx$

2. Evaluate: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx$

૨. કીંમત શોધો : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx$

3. Find area bounded by the curve $y^2 = 4x$ and the line $x = 2$.

૩. વક્ર $y^2 = 4x$ અને રેખા $x = 2$ થી સીમિત પ્રદેશ નું ક્ષેત્રફળ શોધો..

Q.5 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x - \sin 2x}{x^3}$

૧. કલિમત શોધો : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x - \sin 2x}{x^3}$

2. Solve the differential equation : $x(1 + y^2)dx = y(1 + x^2)dy$

૨. વિકલ સમીકરણ ઉકેલો : $x(1 + y^2)dx = y(1 + x^2)dy$.

3. Solve , $\frac{dy}{dx} + y \tan x = \cos x$

૩. ઉકેલો : , $\frac{dy}{dx} + y \tan x = \cos x$

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. Solve the differential equation: $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$

૧. વિકલ સમીકરણ ઉકેલો : $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$

2. solve : $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + y = \tan^{-1} x$

૨. ઉકેલો : $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + y = \tan^{-1} x$

3. solve : $(x^2 + y^2)dx = 2xy dy$

૩ ઉકેલો : $(x^2 + y^2)dx = 2xy dy$
